

## УРОК 2

**Тема.** Прямокутні трикутники. Ознаки і властивості прямокутних трикутників. Нерівність трикутника.

Підручник з геометрії для 7 класу §19, §20.

Сьогодні ви повинні опанувати відомості про прямокутний трикутник; застосувати знання на практиці; розв'язати задачі з використанням ознак і властивостей прямокутного трикутника та нерівність трикутника.

### Перевірка домашнього завдання.

№394 - 1) Ні; 2) Так;

№ 407 -  $60^\circ$ ;

№396 - 1)  $127^\circ$ ; 2)  $45^\circ$ ; 3)  $83^\circ$ ;

№446 -  $143^\circ$ ;

№403 -  $90^\circ$ ;

№449 -  $110^\circ$ ;

№405 -  $65^\circ$ ,  $65^\circ$ ;

№451 -  $102^\circ$ .

Трикутник – ключова фігура планіметрії. Існує багато різних видів трикутників, проте всім їм притаманні деякі спільні властивості. На попередньому уроці ми розглянули одну з них, а сьогодні вивчимо ще одну.

Онлайн тест <https://learningapps.org/3424219>

1. Означення	
	<p>Трикутник, у якого є прямий кут, називається прямокутним. <math>\triangle ABC: \angle C = 90^\circ</math>, <math>\triangle ABC</math> — прямокутний. <math>AB</math> — гіпотенуза, <math>AC</math> і <math>BC</math> — катети.</p> <p>Гіпотенуза — сторона прямокутного трикутника, яка лежить навпроти прямого кута.</p> <p>Катет — сторона прямокутного трикутника прилегла до прямого кута.</p>
2. Властивості	
a) Якщо в трикутнику $ABC$ кут $C$ прямий, то $\angle A + \angle B = 90^\circ$ . Сума гострих кутів прямокутного трикутника дорівнює $90^\circ$ .	b) Якщо в трикутнику $ABC$ кут $C$ прямий, то $AB > AC$ і $AB > BC$ . Гіпотенуза більша за кожний із катетів.
c) Якщо у прямокутному трикутнику один з гострих кутів дорівнює $30^\circ$ ,	

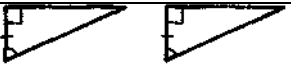
то протилежний цьому куту катет буде дорівнювати половині гіпотенузи.

d) У прямокутному трикутнику медіана, проведена до гіпотенузи, дорівнює половині гіпотенузи.

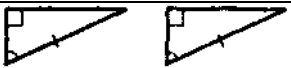
### 3. Ознаки рівності



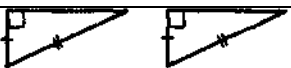
1) За двома катетами.



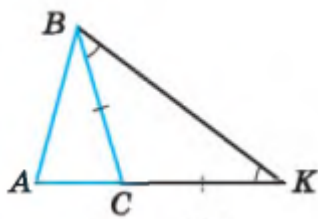
2) За катетом і прилеглим гострим кутом.



3) За гіпотенузою і прилеглим кутом.



4) За катетом і гіпотенузою.



**Теорема (Нерівність трикутника).** Кожна сторона трикутника менша від суми двох інших його сторін.

□ Розглянемо довільний трикутник ABC і доведемо, що його сторона наприклад AB, менша від суми двох інших сторін AC і CB.

1) відкладемо на продовжені сторони AC відрізок CK, що дорівнює стороні BC. Тоді  $\triangle BCK$  – рівнобедрений і тому  $\angle CBK = \angle CKB$ .

2)  $\angle ABK > \angle CBK$ , тому  $\angle ABK > \angle AKB$ . Оскільки в трикутнику проти більшого кута лежить більша сторона, то  $AB < AK$ . Але ж  $AK = AC + CK = AC + BC$ . Отже,  $AB < AC + BC$ .

Аналогічно можна довести, що  $AC < AB + BC$ ,  $BC < AB + AC$ . ■

**Наслідок.** Кожна зі сторін трикутника більша за різницю двох інших його сторін.

□ Запишемо нерівність трикутника для трикутника ABC:  $AB < AC + BC$ . Віднявши від обох її частин, наприклад AC, матимемо:  $AB - AC < BC$ . (Таку дію можна виконати, використовуючи властивості нерівностей, які розглядатимуться в курсі алгебри). Отже,  $BC > AB - AC$ . Аналогічно:  $AC > BC - AB$ ,  $AB > BC - AC$ . ■

Оскільки, наприклад,  $BC > AB - AC$  і  $BC > AC - AB$ , то, узагальнюючи, отримаємо  $BC > |AB - AC|$ . З теореми про нерівність трикутника та наслідку з неї отримаємо важливе співвідношення між сторонами трикутника: кожна сторона трикутника

менша від суми двох інших сторін, але більша за модуль їх різниці. Наприклад,  $|AB - AC| < BC < AB + AC$ .

**Приклад.** Чи існує трикутник зі сторонами 5 см, 9 см, 13 см?

$$13 < 5 + 9$$

$$5 + 9 = 14$$

$$13 < 14$$

Такий трикутник існує.

### Усні вправи

1. Назвіть прямокутні трикутники, зображені на рис. 107. У кожному трикутнику назвіть катети і гіпотенузу.

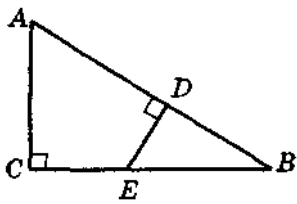


Рис. 107

2. Знайдіть величину  $x$  і градусну міру кутів у кожному трикутнику (рис. 108).

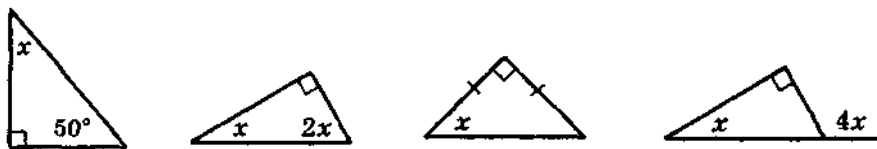
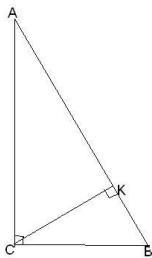


Рис. 108

3. Якщо один з гострих кутів прямокутного трикутника дорівнює  $20^\circ$ , то інший гострий кут дорівнює: а)  $50^\circ$ ; б)  $60^\circ$ ; в)  $70^\circ$ .



4. У прямокутному трикутнику  $ABC$  відрізок  $CK$  є:

- а) висотою;
- б) бісектрисою;
- в) медіаною.

5. У прямокутному трикутнику  $ABC$  сторона  $AB$  називається:

- а) катетом; б) гіпотенузою; в) бічною стороною.

6. У прямокутному трикутнику  $ABC$ :  $BC = 3$  см;  $AB = 6$  см.

Знайдіть величину кута  $A$ . ( $30^\circ$ )

---

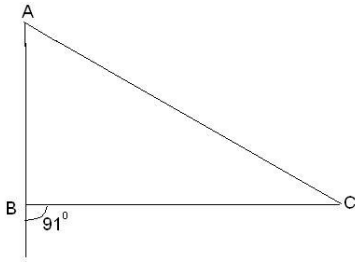
7. У рівнобедреному трикутнику кути при основі дорівнюють по  $45^{\circ}$ .

Який це трикутник? а) гострокутний; б) прямокутний; в) тупокутний.

8. Чи є трикутник  $ABC$  прямокутним,

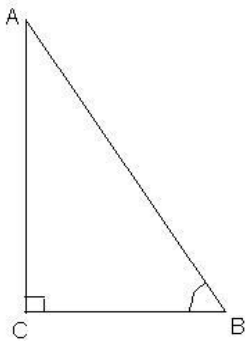
якщо кути  $A$  і  $C$  гострі?

а) так; б) ні; в) не знаю.



### Розв'язування задач та вправ.

№1. У прямокутному трикутнику один з гострих кутів дорівнює  $60^{\circ}$ , а сума гіпотенузи і меншого катета дорівнює 24 см. Знайдіть гіпотенузу.



Дано:  $\triangle ABC$ ;  $\angle C = 90^{\circ}$ ;  $\angle B = 60^{\circ}$ ;

$AB + BC = 24$  см.

Знайти:  $AB$ ;  $BC$ .

Розв'язання

Нехай  $BC = x$  см, тоді  $AB = 2x$  см – за властивістю кута  $30^{\circ}$  в прямокутному трикутнику. Складемо рівняння.

$$AB + BC = 24;$$

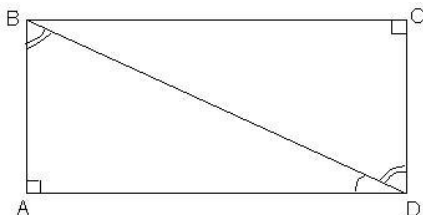
$$2x + x = 24;$$

$$3x = 24;$$

$$x = 8$$

Отже,  $AB = 16$  см.

Відповідь: 16 см.



№2. Дано:  $\triangle ABD$  - прямокутний;

$\angle ADB = 15^{\circ}$ ;  $\angle BDC = 75^{\circ}$ .

Довести:  $AB \parallel DC$ .

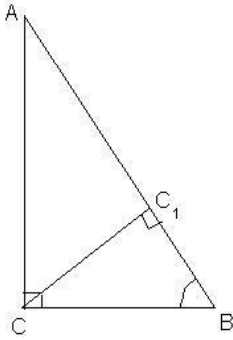
Доведення

1) В  $\triangle ABD$  ( $\angle A = 90^{\circ}$ )  $\angle ABD = 90^{\circ} - \angle ADB = 90^{\circ} - 15^{\circ} = 75^{\circ}$ .

2)  $\angle ABD = \angle BDC = 75^{\circ}$  (внутрішні різносторонні для прямих  $AB$  і  $CD$  та січної

BD)

Отже  $AB \parallel CD$ . ■



№3. Дано:  $\triangle ABC$ ;  $\angle C = 90^\circ$ ;  $\angle B = 60^\circ$ ;

$CC_1 \perp AB$ ;  $CC_1 = 2$  см.

Знайти:  $AC$ .

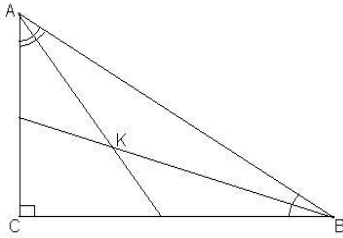
Розв'язання

1)  $\angle A = 90^\circ - \angle B = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ .

2) В  $\triangle ACC_1$  ( $\angle C_1 = 90^\circ$ ;  $\angle A = 30^\circ$ )  $AC = 2 \cdot CC_1$ .

Отже  $AC = 4$  см.

Відповідь:  $AC = 4$  см.



№4. Дано:  $\triangle ABC$ ;  $\angle C = 90^\circ$ ;

$AK$  – бісектриса кута  $A$ ;

$BK$  – бісектриса кута  $B$ .

Знайти:  $\angle АКВ$

Розв'язання

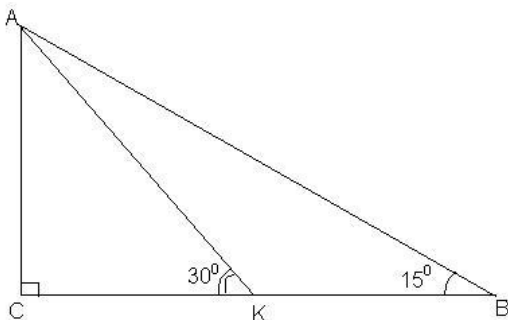
1) В  $\triangle ABC$  ( $\angle C = 90^\circ$ )  $\angle A + \angle B = 90^\circ$ .

Оскільки  $AK$  – бісектриса кута  $A$ ;  $BK$  – бісектриса кута  $B$ , то

$$\angle KAV + \angle KVA = \frac{1}{2}(\angle A + \angle B) = 45^\circ.$$

2) В  $\triangle АКВ$   $\angle АКВ = 180^\circ - (\angle KAV + \angle KVA) = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$ .

Відповідь:  $\angle АКВ = 135^\circ$ .



№5. Дано:  $\triangle ABC$ ;  $\angle C = 90^\circ$ ;

$\angle B = 15^\circ$ ;  $\angle АКС = 30^\circ$ ;

$AC = 35$  см.

Знайти:  $BK$ .

Розв'язання

I спосіб:

1)  $\angle АКВ$  суміжний з  $\angle АКС$ , тобто  $\angle АКВ = 150^\circ$ .

2) В  $\triangle АКВ$   $\angle KAV = 180^\circ - 150^\circ - 15^\circ = 15^\circ$ , тобто  $\triangle АКВ$  - рівнобедрений. Отже

$AK = KB$ .

---

3) В  $\triangle ACK$  ( $\angle C = 90^\circ$ ;  $\angle AKC = 30^\circ$ )  $AK = 2 \cdot AC = 70$  (см).

$BK = AK = 70$  см.

Відповідь:  $BK = 70$  см.

ІІ спосіб:

1)  $\angle AKC$  - зовнішній кут трикутника  $AKB$ , тоді  $\angle KAB + \angle KBA = \angle AKC$ .

$\angle KAB = 30^\circ - 15^\circ = 15^\circ$ , тобто  $\triangle AKB$  - рівнобедрений і  $AK = BK = 70$  см.

Відповідь:  $BK = 70$  см.

**№499 (Істер)**

**499. Чи можуть сторони трикутника бути пропорційними числам:**

1) 2, 3, 4;      2) 7, 8, 15;      3) 5, 3, 7?

1) Нехай  $x$  – коефіцієнт пропорційності, тоді сторони трикутника відповідно дорівнюють  $2x$ ,  $3x$ ,  $4x$ . Утворимо нерівність трикутника для найдовшої сторони

$$4x < 2x + 3x$$

$$4x < 5x$$

Нерівність вірна, отже сторони трикутника можуть бути пропорційними числам 2, 3, 4.

2) Нехай  $x$  – коефіцієнт пропорційності, тоді сторони трикутника відповідно дорівнюють  $7x$ ,  $8x$ ,  $15x$ . Утворимо нерівність трикутника для найдовшої сторони

$$15x < 7x + 8x$$

$$15x < 15x$$

Нерівність НЕ вірна, отже сторони трикутника НЕ можуть бути пропорційними числам 7, 8, 15.

3) Нехай  $x$  – коефіцієнт пропорційності, тоді сторони трикутника відповідно дорівнюють  $5x$ ,  $3x$ ,  $7x$ .

Утворимо нерівність трикутника для найдовшої сторони

$$7x < 5x + 3x$$

$$7x < 8x$$

---

Нерівність вірна, отже сторони трикутника можуть бути пропорційними числам 5, 3, 7.

**Методичний коментар:** для того щоб дати відповідь на запитання задачі слід ввести коефіцієнт пропорційності, скласти нерівність трикутника для найдовшої сторони, проаналізувати її та зробити висновок.

### №501 (Істер)

**501.** Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює 12 см. Чи може бічна сторона цього трикутника дорівнювати 3 см?

Якщо бічна сторона трикутника = 3 см, то ще одна його сторона = 3 см. На третю сторону залишається  $12 - (3 + 3) = 6$  см. Складемо нерівність трикутника для найдовшої сторони

$$6 < 3 + 3$$

$$6 < 6$$

Нерівність не вірна, отже такого рівнобедреного трикутника не існує.

**Методичний коментар:** для того дати відповідь на запитання задачі слід знайти усі 3 сторони трикутника, для цього потрібно застосувати знання про рівнобедрений трикутник та периметр трикутника. Потім слід записати нерівність трикутника для найбільшої сторони, проаналізувати її та зробити висновок.

**Домашнє завдання:** § 19 №470, №474, №476; §20 №502, № 505.

---